

02

A relatív gyakoriságtól a valószínűségig

Dobjunk fel két kockát



Egy nagyon egyszerű játék a következő. Válassz egy egész számot 2 és 12 között, majd dobj fel két kockát, és add össze a dobott számokat. Ha a két kockán dobott számok összege megegyezik a korábban választott számmal, akkor nyertél. Kíváncsi vagy melyik számot érdemes választani?

1 Készítsetek statisztikát, hogy megtudjátok, melyik számot érdemes választani. Álljatok össze háromfős csoportokba, és végezzétek el a kísérletet fejenként legalább 50-szer, majd összesítsétek az eredményeiteket.

2 Ebben vagy egy hasonló táblázatban összesíthetitek a csoport tagjainak eredményeit.

Összeg	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Összes dobás száma
Gyakoriság												
Relatív gyakoriság												

3 A kapott relatív gyakoriságok alapján becsülje meg az egyes események valószínűségeit. Szerinted mennyire lesznek pontosak ezek a becslések? Miért?

4 Számold ki az egyes események elvi valószínűségeit a klasszikus valószínűség formulájával:

$$P = \frac{\text{Kedvező esetek száma}}{\text{Összes eset száma}}$$

Összeg	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Összes dobás száma
Kedvező esetek száma												
Valószínűség												

5 Használd a Statisztika menüt és készíts egy QR kódot, majd a CASIO EDU + alkalmazással hozd létre a csoport eredményeinek oszlopdiagramját.

6 Oszd meg eredményeidet a többi csoporttal, és összesítsd az egész osztály dobásait. Számold ki most is a valószínűségeket, és hasonlítsd össze őket a korábbi eredményeiddel.

7 Készíts egy oszlopdiagramot az osztály adatai alapján.

8 Melyik számot választanád, ha győzni szeretnél? Melyik szám a leggyakoribb?

02 From relative frequency to the probability: Role of success!
Throwing two dice



A student group game to choose a random number between 0 and 12. They roll two dice and add the numbers together.
 If the numbers are obtained matches the number chosen, you have won.
 Are you interested in choosing a particular number?

- To find out the most favorable number to choose, carry out the dice rolling experiment and write down the results in group of 5.
 Each group member must make a minimum of 10 throws and record the sum of the dice rolls.
- Put in the following table, complete the throws of all the members of the group.
- From the relative frequencies obtained, assign probabilities to each of the events. Do you think those odds are realistic? Why?
- Calculate the probability of success for each of the events using Laplace's rule.
- Using the StatEditor menu, generate the QR code and using the CASIO EDU+ app, create the bar graph of the results of the group.
- Show your results with the rest of the group and compare the throws of the whole class. Reassign the probabilities and compare them with the theoretical results of Laplace's rule.
- Draw the bar graph with the theoretical dice of all the groups in the class.
- Which number should you choose if you want to have a better chance of winning?

Szükséges kellékek

2 szabályos dobókocka tanulónként
 CASIO fx-570EX/991CEX számológép,
 App. CASIO EDU+

AJÁNLOTT ÉVFOLYAM

7-10

PEDAGÓGIAI ÉS MÓDSZERTANI JAVASLATOK, TIPPEK

- Ez a feladat messzemenően kihasználja a számológép adta lehetőségeket, hogy kényelmesebb legyen megalapozni a valószínűség fogalmát. A kísérlet jó alap a relatív gyakoriságok kiszámításához és a nagy számok törvényének megalapozásához is.
- Hozzon létre egy osztályt a CASIO EDU + alkalmazásban, hogy az egyes csoportok adatait közösen kezelhesse.

Javasoljuk, hogy hozza létre az osztályt, mielőtt belekezdene a feladatba <http://wes.casio.com/es-es/class>.

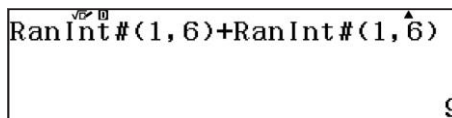
- A számológép RanInt # funkciója jó alternatíva a dobások szimulálására, ha nincs igazi dobókocka a feladathoz. A számológép egyéb funkcióival együtt akkor javasoljuk, ha nagy számú dobást hajt végre.

A FELADATOK MEGOLDÁSAI

1

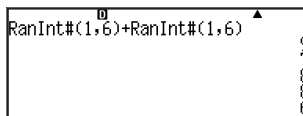
A csoport minden tagja dobjon legalább 50-szer a két kockával, és adja össze a dobások eredményeit. Alternatív megoldásként a számológép segítségével is szimulálhatja a dobókockákat:

$$Q.1q)6)+Q.1q)6)=$$



Az = billentyű ismételt megnyomására a számológép új véletlen eredményt ad.

Állítsa be a számológépen a SETUP menüben a soronkénti megjelenítést qw13, majd a kisbetűs többsoros megjelenítést qwRRR32, hogy jobban követhető legyen a "dobott" számok összege.



Egy csoport eredményei lehet:

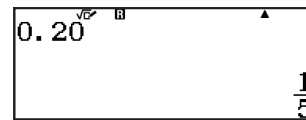
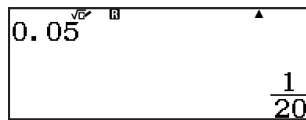
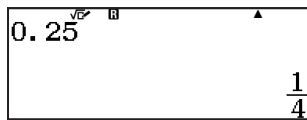
Összeg	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Összes dobás száma
Gyakoriság	5	9	19	7	20	40	34	18	6	4	2	164
Relatív gyakoriság	0,03	0,05	0,12	0,04	0,12	0,24	0,21	0,11	0,04	0,02	0,01	1

A valószínűségek legjobb közelítését a relatív gyakoriság adja. A kapott relatív gyakoriságokat megadhatjuk százalékban is. A 7 megközelítőleg minden negyedik dobásra jött ki, pontosabban a dobások 24% -ában, ezért gondolhatjuk, ahogy a 7 valószínűsége körülbelül 1/4. Hasonlóan, például a 3 körülbelül az esetek 1/20-ban jött ki, ezért valószínűsége kb. 1/20, a 8 valószínűsége pedig kb. 1/5.

$$P(7) \approx 0,25 = 25\% = \frac{25}{100} \cdot \frac{1}{4}$$

$$P(3) \approx 0,05 = 5\% = \frac{5}{100} \cdot \frac{1}{20}$$

$$P(8) \approx 0,20 = 20\% = \frac{20}{100} \cdot \frac{1}{5}$$



Az összes dobásszám 164 volt (nem kell kötelezően 150 legyen, csak annyit kértünk, hogy fejenként legalább 50 dobást végezzenek a gyerekek). A 150 dobás nem elég sok. Ennyi dobás alapján nem várhatjuk, hogy megbízható következtetésre jussunk. (Hasonlítsátok össze az egyes csoportok adatait!)

4

A klasszikus valószínűség formulájával a következő táblázatot kapjuk:

Összeg	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Összes dobás száma
Kedvező esetek száma	1	2	3	4	5	6	5	4	3	2	1	36
Valószínűség	0,03	0,06	0,08	0,11	0,14	0,17	0,14	0,11	0,08	0,06	0,03	1

Két kockát feldobva a 7-es összeg less a leggyakoribb, mivel a 7 áll elő a legtöbb lehetséges módon összegként (1 + 6; 2 + 5; 3 + 4; 4 + 3; 5 + 2; 6 + 1). A 7 valószínűsége $6/36 = 1/6$ (kb. $0.17 = 17\%$)

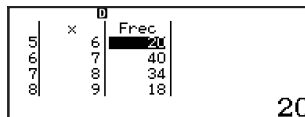
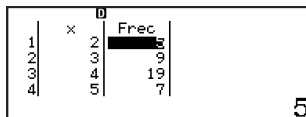
Az elméleti és a kísérletben kapott értékek jelentős eltérése megerősíti azt, hogy 150 dobás nem elegendő megbízható következtetés levonására.


5

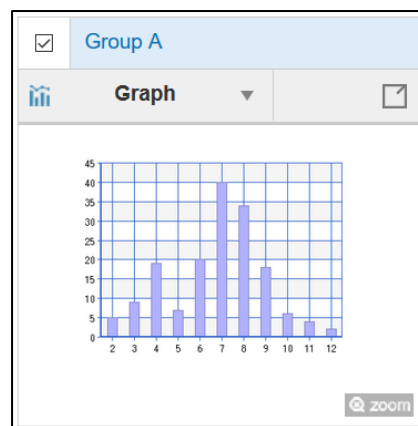
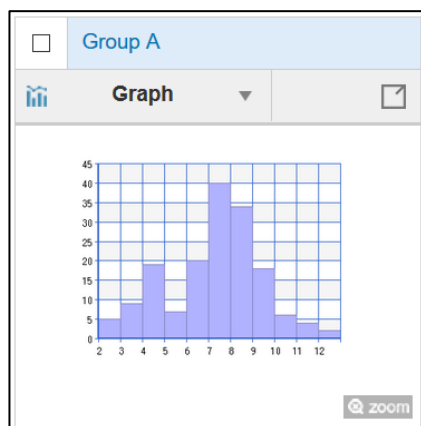
A statisztika menü (w61) és a CASIO EDU+ applikáció együttes használatával oszlopdiagramot készíthetünk.

A gyakoriság oszlopot a qwr31 helyen kapcsolhatjuk be.

Gyűjtsük össze a csoport adatait és készítsünk QR kódot:



A CASIO EDU+ applikációban megoszthatjuk az adatokat a korábban létrehozott osztályban. Az app oszlopdiagramot rajzol, amit a  beállítások menüben átállíthatunk.



6

A példa kedvéért megadjuk a 2.d osztály gyakoriság adatait, és az összeításüket.

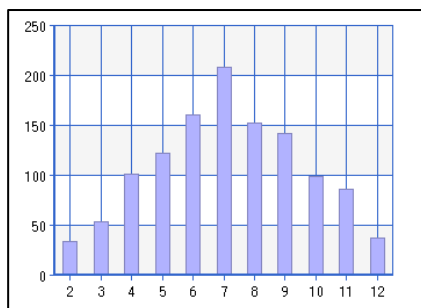
Összeg	Group 1	Group 2	Group 3	Group 4	Group 5	Group 6	Group 7	Group 8	Gyakoriság	Relatív gyakoriság	Elvi valószínűség
2	8	4	2	8	4	0	3	5	34	0,03	0,03
3	5	5	15	6	7	2	6	7	53	0,04	0,06
4	14	12	19	6	12	4	12	22	101	0,08	0,08
5	13	15	28	13	14	6	20	13	122	0,10	0,11
6	20	28	24	23	19	8	24	15	161	0,13	0,14
7	26	32	40	32	22	8	25	23	208	0,17	0,17
8	23	21	33	18	17	5	18	17	152	0,13	0,14
9	21	14	28	19	27	6	15	12	142	0,12	0,11
10	12	9	14	16	11	4	13	20	99	0,08	0,08
11	12	5	13	10	16	6	13	11	86	0,07	0,06
12	4	8	6	2	8	1	3	5	37	0,03	0,03
Dobások száma	158	153	222	153	157	50	152	150	1195	1	1

Jól látható, hogy ha az elvégzett kísérletek száma nagyobb, akkor a relatív gyakoriságok sokkal jobban megközelítik az elméleti valószínűséget.

7

A CASIO EDU* app-ban csak egy kattintás az adatok összesítése és a megfelelő grafikon megjelenítése:

<http://wes.casio.com/class/OCqK-dG7D-5PKo-bmo6>



8

A 7-es számot érdemes választani, mert annak a legnagyobb a valószínűsége.

I Kitekintés

A következő értékeket is vizsgálhatjuk:

1 A dobott számok különbségének az abszolút értéke.

2 A dobott számok szorzata.

3 A dobott számok maximuma.

This teaching material is written by the Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM) and other authors.

You can use and alter the teaching material for educational purposes, however the use of it for the purpose of sales is prohibited.